第13講・1次関数

例題1　1次関数①

ポイント

● y が x の関数で，y が x の1次式で表されるとき，y は x の1次関数であるという。
1次関数は，次のように表すことができる。

$y = ax + b$　$(a \neq 0)$

（例）$y = -3x + 1$ と表されるとき，y は x の1次関数である。

問題

水そうに3Lの水が入っている。この水そうに毎分2Lの割合で水を入れるとき，水を入れ始めてから x 分後の水そうの水の量を，y Lとする。次の問いに答えなさい。

(1)　y を x の式で表しなさい。
(2)　水を入れ始めてから12分後の水そうの水の量は何Lか答えなさい。
(3)　水そうの水の量が21Lとなるのは，水を入れ始めてから何分後か答えなさい。

解答

(1)　水は1分間に2Lずつ入るから，x 分間で入る量は

$2 \times x = 2x$（L）

最初に入っている水の量は3Lなので

$y = 2x + 3$　…(答)

(2)　$y = 2x + 3$ に $x = 12$ を代入すると

$y = 2 \times 12 + 3$
$= 27$

よって

27 L　…(答)

MEMO

⑶　$y = 2x + 3$ に $y = 21$ を代入すると

$$21 = 2x + 3$$
$$-2x = -18$$
$$x = 9$$

よって

9 分後　…(答)

確認テスト 1

1 分間に 0.2 cm ずつ燃える，長さ 15 cm のろうそくがある。このろうそくに火をつけてから x 分後の残りの長さを y cm とするとき，次の問いに答えなさい。

⑴　y を x の式で表しなさい。
⑵　火をつけてから 15 分後のろうそくの長さを求めなさい。
⑶　残りの長さが 3 cm になるのは，火をつけてから何分後か求めなさい。

例題 2　1 次関数②

問題

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 1 次関数であるかどうか答えなさい。

⑴　100 g の絵の具のうち，x g を使ったときの残りの量を y g とする。
⑵　1 辺が x cm の正三角形の周の長さを y cm とする。
⑶　面積が 40 cm^2 の三角形の高さを x cm，底辺を y cm とする。

ポイント

● 与えられた数量関係を式に表し y について解くと $y = ax + b$ $(a \fallingdotseq 0)$ の形で表されるとき，y は x の 1 次関数である。

解答

⑴　100 g のうち x g 使ったので，残りの量は $(100 - x)$ g である。よって

$y = -x + 100$　…(答)

となり，$y = ax + b$ の形で表されるので

1 次関数である　…(答)

MEMO

⑵　正三角形の 3 辺の長さがすべて x cm なので，周の長さは $3x$ cm である。よって

$y = 3x$　…(答)

となり，$y = ax + b$ の形で表されるので

1 次関数である　…(答)

⑶　高さが x cm，底辺が y cm の三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times x \times y = \frac{xy}{2} \quad (\mathrm{cm}^2)$$

と表せる。よって

$$\frac{xy}{2} = 40$$

$y = \dfrac{80}{x}$　…(答)

となり，$y = ax + b$ の形ではないので

1 次関数ではない　…(答)

確認テスト 2

次のことがらについて，y を x の式で表し，y が x の 1 次関数であるかどうか答えなさい。

⑴　重さが 50 g の箱に 1 個 10 g の玉を x 個入れたときの全体の重さを y g とする。

⑵　半径が x cm の円の面積を y cm^2 とする。ただし，円周率は π とする。

⑶　縦 10 cm，横 x cm の長方形の周の長さを y cm とする。

例題 3　変化の割合

ポイント

● 変化の割合　：　x の増加量に対する y の増加量の割合。
1 次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は一定で，a に等しい。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})} = a$$

このことから，次の式も成り立つ。
（y の増加量）$= a \times$（x の増加量）

（例）1 次関数 $y = 2x + 1$ の変化の割合

x: $-2 \to -1$ で $+1$，$0 \to 2$ で $+2$

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-3	-1	1	3	5	$\cdots$

y: $-3 \to -1$ で $+2$，$1 \to 5$ で $+4$

問題

1 次関数 $y = -2x + 1$ について，次の問いに答えなさい。
(1)　変化の割合を答えなさい。
(2)　x の値が 2 から 4 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。

解答

(1)　**-2　…(答)**

(2)　変化の割合が -2，x の増加量が 2 なので
（y の増加量）$= -2 \times 2$
$= \mathbf{-4}$　**…(答)**

MEMO

確認テスト 3

1 次関数 $y = 5x + 7$ について，次の問いに答えなさい。
(1)　変化の割合を答えなさい。
(2)　x の値が -3 から 1 まで増加したときの y の増加量を求めなさい。